8 Ejemplo de cálculo de un panel a flexión.

Se describe a continuación, a modo de ejemplo, el procedimiento de cálculo necesario para el diseño de un panel Garnica Brick S.I.P.sometido a una carga uniforme, y salvando una luz de 2 800mm.

8.1. Datos geométricos

Según la nomenclatura indicada en la Figura 5.1.

Ancho del panel, b	1 220 mm
Espesor del contrachapado superior, h_1	12 mm
Espesor del aislamiento, h_2	100 mm
Espesor del contrachapado inferior, h_3	12 mm
Distancia entre apoyos, l	2 800 mm

8.2. Propiedades de los materiales

8.2.1. Contrachapado

Módulo de elasticidad medio, E_1	4 000 N/mm^2
Módulo de elasticidad transversal medio, G	370 N/mm^2
Resistencia característica a flexión, $f_{m,k}$	36 N/mm^2
Resistencia característica a cortante, $f_{v,k}$	5,9 N/mm^2
resistencia característica a cortante en el plano (rodadura), $f_{v,r,k}$	1,5 N/mm^2

8.2.2. Aislante

Módulo de elasticidad medio, E_2	10 N/mm^2
Módulo de elasticidad transversal medio, G	4,5 N/mm^2
Resistencia característica a flexión, $f_{m,k}$	1 N/mm^2
Resistencia característica a cortante, $f_{v,k}$	0,2 N/mm^2

8.3. Coeficientes parciales de seguridad

Cargas	
Acciones permanentes, γ_G	1,35
Acciones variables, γ_Q,	1,5
Simultaneidad de sobrecarga de uso (residenciales), ψ_2	0,3
Materiales	
Contrachapado, γ_M	1,20 N/mm^2
Contrachapado a rodadura (TR019 [3]), γ_M	1,25 N/mm^2
Aislamiento, γ_M	1,25 N/mm^2

8.4. Acciones

Valores	
Carga permanente G_k,	0,5 kN/m^2
Sobrecarga de uso Q_k	0,4 kN/m^2
Combinaciones	
Combinación crítica para el estado límite último, F_d	$\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k$
Carga para cálculo de deformaciones debido a acciones permanentes	G_k
Carga para cálculo de deformaciones debido a acciones variables	Q_k

8.5. Factores de modificación

Resistencia, k_{mod}	
Contrachapado (duración media, clase 2), k_{mod}	0,80
Contrachapado a rodadura (según TR019 [3]), k_{mod}	0,75
Aislamiento XPS, k_{mod}	0,75
Deformación diferida, k_{def}	
Contrachapado (clase 2), k_{def},	1,00
Aislamiento XPS, k_{def},	1,70
Otros	
Carga compartida, k_{sys}	1,00

8.6. Cálculo de EI_{ef}

Debido a que se trata de una sección simétrica, para el cálculo de EI_{ef} se emplea la siguiente ecuación, basada en (5.1) (donde se sustituye el momento de inercia de una sección rectangular por su expresión, $I_i = \frac{b_i h_i^3}{12}$):

$$EI_{ef} = 2\left[E_1\left(\frac{bh_1^3}{12}\right) + \gamma_1 E_1 (bh_1)\left(\frac{h_1+h_2}{2}\right)^2\right] + \left[E_2\left(\frac{bh_2^3}{12}\right)\right] \tag{5.1}$$

donde: γ_1 se ha determinado por ensayos siendo su valor igual a 0,7 (5.3). Sustituyendo con los valores de los puntos anteriores se obtiene un resultado de $EI_{ef} = 259x10^9$Nmm^2.

8.7. Cálculo del momento

El momento máximo de un elemento biapoyado sometido a una carga uniforme se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$M_d = \frac{F_d b l^2}{8} \tag{8.1}$$

donde

$$F_d = 0,5x1,35 + 0,4x1,5 = 1\,275\text{kN/m}^2 = 0,001275\text{N/mm}^2 \tag{8.2}$$

De forma que mediante la ecuación (8.1) se obtiene un resultado de $M_d = 1\,524\,390$Nmm.

8.8. Cálculo del cortante

El cortante máximo de un elemento biapoyado sometido a una carga uniforme se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$V_d = \frac{F_d b l}{2} \tag{8.3}$$

De forma que mediante la ecuación (8.3) se obtiene un resultado de $V_d = 2\,178N$.

8.9. Comprobación de tensiones

8.9.1. Tensión máxima a tracción chapa superior

Puesto que la sección es simétrica, la tensión máxima se calcula mediante la siguiente ecuación, que suma las tensiones normales resultantes de (5.10) y (5.11) (y el componente axial, si lo hubiera):

$$\sigma_{max,1} = \frac{\gamma_i E_1 \left(\frac{h_1+h_2}{2}\right)^2 M_d}{(EI_{ef})} + \frac{E_1 h_1 M_d}{2\,(EI_{ef})} = 0,92 + 0,14 = 1,06\text{N/mm}^2 \tag{8.4}$$

La resistencia máxima de cálculo se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$f_{m,d,1} = f_{m,k,1} \frac{K_{mod,1}}{\gamma_1} = 24\text{N/mm}^2 \tag{8.5}$$

Se verifica que la tensión real es menor que la resistencia, y que su relación por tanto es igual o inferior a la unidad:

$$\frac{\sigma_{max,1}}{f_{m,d,1}} = \frac{1,06}{24} = 0,04 \leq 1 \tag{8.6}$$

8.9.2. Tensión máxima a tracción en el aislante

Puesto que la sección es simétrica, la tensión máxima en el aislante se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_{max,2} = \frac{E_2 h_2 M_d}{2\,(EI_{ef})} = 0,003\text{N/mm}^2 \tag{8.7}$$

No hay componente axial.

La resistencia máxima de cálculo se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$f_{m,d,2} = f_{m,k,2}\frac{K_{mod,2}}{\gamma_2} = 0,60\text{N/mm}^2 \tag{8.8}$$

Se verifica que la tensión real es menor que la resistencia, y que su relación por tanto es igual o inferior a la unidad:

$$\frac{\sigma_{max,2}}{f_{m,d,2}} = \frac{0,003}{0,60} = 0,005 \leq 1 \tag{8.9}$$

8.9.3. Tensión máxima a tracción chapa inferior

Puesto que la sección es simétrica, la tensión máxima en el panel inferior es igual a la del superior y la comprobación es la misma.

8.9.4. Tensión tangencial máxima

Puesto que la sección es simétrica, la tensión tangencial máxima se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\tau_{2,max} = \frac{\gamma E_1 A_1 \left(\frac{h_1+h_2}{2}\right) + 0,5E_2 b h_2^2}{b\left(EI_{ef}\right)} V_d = 0,016\text{N/mm}^2 \tag{8.10}$$

La resistencia máxima de cálculo para las chapas se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$f_{v,d,1} = f_{v,d,3} = f_{v,k,1}\frac{K_{mod,1}}{\gamma_1} = 3,93\text{N/mm}^2 \tag{8.11}$$

Su comprobación se hace mediante la siguiente ecuación, que debe ser igual o inferior a la unidad:

$$\frac{\tau_{2,max}}{f_{v,d,1}} = \frac{0,016}{3,93} = 0,004 \leq 1 \tag{8.12}$$

La resistencia máxima de cálculo para el aislante se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$f_{v,d,2} = f_{v,k,2}\frac{K_{mod,2}}{\gamma_2} = 0,12\text{N/mm}^2 \tag{8.13}$$

Se verifica que la tensión real es menor que la resistencia, y que su relación por tanto es igual o inferior a la unidad:

$$\frac{\tau_{2,max}}{f_{v,d,2}} = \frac{0,016}{0,12} = 0,14 \leq 1 \tag{8.14}$$

8.9.5. Tensión tangencial máxima (rodadura)

Puesto que la sección es simétrica, la tensión tangencial máxima (rodadura) se calcula mediante la siguiente ecuación para ambos interfaces (7.4):

$$\tau_d = \frac{\gamma E_1 A_1 \left(\frac{h_1+h_2}{2}\right)}{b\left(EI_{ef}\right)} V_d = 0,016\text{N/mm}^2 \tag{8.15}$$

La resistencia máxima de cálculo se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$f_{v,r,d} = f_{v,r,k} \frac{K_{mod,r}}{\gamma_r} = 0,90\text{N/mm}^2 \tag{8.16}$$

Se verifica que la tensión real es menor que la resistencia, y que su relación por tanto es igual o inferior a la unidad:

$$\frac{\tau_d}{f_{v,r,d}} = \frac{0,016}{0,90} = 0,13 \leq 1 \tag{8.17}$$

8.10. Comprobación de deformaciones

La deformación total es la producida por la carga permanente y la sobrecarga de uso. Teniendo en cuenta la deformación debida al momento flector y debida al cortante. Además debe considerarse no solo la deformación inicial,sino también la diferida.

8.10.1. Deformación inicial debido al momento de cargas permanentes

$$\delta_{ini,m,perm} = \frac{5G_k b l^4}{384\,(EI_{ef})} = 1,88\text{mm} \tag{5.6$'$}$$

8.10.2. Deformación inicial debido al momento de sobrecargas de uso

$$\delta_{ini,m,uso} = \frac{5Q_k b l^4}{384\,(EI_{ef})} = 1,50\text{mm} \tag{5.6$''$}$$

8.10.3. Deformación inicial debido al cortante de cargas permanentes

Para este cálculo es necesario obtener el valor de (GA_{ef}), que por ser simétrica laq sección se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$(GA_{ef}) = \frac{b\,(h_1 + h_2 + h_3)^2}{\frac{h_1}{G_1} + \frac{h_2}{G_2}} \tag{5.4}$$

Además experimentalmente se ha obtenido un valor de k = $1/\alpha$ = 1,9. Para la obtención de la deformación inicial debido al cortante de cargas permanentes se emplea la siguiente ecuación:

$$\delta_{ini,v,perm} = \frac{G_k b l^2}{8k\,(GA_{ef})} = 0,37\text{mm} \tag{8.18}$$

8.10.4. Deformación inicial debido al cortante de sobrecargas de uso

Siguiendo el procedimiento del punto 8.10.3 se calcula la deformación inicial debido al cortante de sobrecargas de uso mediante la siguiente ecuación:

$$\delta_{ini,v,uso} = \frac{Q_k b l^2}{8k\,(GA_{ef})} = 0,30\text{mm} \tag{8.19}$$

8.10.5. Deformación inicial debido a cargas permanentes

El cálculo de la deformación inicial debido a cargas permanentes es la suma de las deformaciones debido al momento flector y al cortante:

$$\delta_{ini,perm} = \delta_{ini,m,perm} + \delta_{ini,v,perm} = 2,25\text{mm} \tag{8.20}$$

8.10.6. Deformación inicial debido a sobrecargas de uso

El cálculo de la deformación inicial debido a sobrecargas de uso es la suma de las deformaciones debido al momento flector y al cortante:

$$\delta_{ini,uso} = \delta_{ini,m,uso} + \delta_{ini,v,uso} = 1,80\text{mm} \tag{8.21}$$

8.10.7. Deformación diferida debido a cargas permanentes

$$\delta_{dif,perm} = \delta_{ini,perm} + \delta_{ini,perm} k_{def} = 6,09\text{mm} \tag{8.22}$$

8.10.8. Deformación diferida debido a sobrecargas de uso

$$\delta_{dif,uso} = \delta_{ini,uso} + \delta_{ini,uso} k_{def} \phi_2 = 2,72\text{mm} \tag{8.23}$$

8.10.9. Deformación total

$$\delta = \delta_{dif,perm} + \delta_{dif,uso} = 8,81\text{mm} \tag{8.24}$$

8.10.10. Comprobación de la deformación

Para un límite de flecha establecido, en este caso 1/300 de la luz, la comprobación de la deformación se hace mediante la siguiente ecuación, que debe ser igual o inferior a la unidad:

$$\frac{\delta}{\frac{1}{300} l} = 0,94 \leq 1 \tag{8.25}$$

8.11. Resultado

Al haberse satisfecho todas las comprobaciones de tensiones y deformaciones, con valores inferiores a la unidad en cada una de ellas, se concluye que la sección estudiada es apropiada para las condiciones de carga y de luz propuestas.